

The Simpsons meet IT

Was wir von den Simpsons und Futurama über Mathematik,
Kryptografie, IT und Quantenphysik lernen können

Inhaltsverzeichnis

1. Linux
2. Mathematik
3. Kryptografie
4. IT
5. Quantenphysik
6. Literaturverzeichnis

Gliederung

1. Linux

Linux

Hölle, Tod und Geister

```
cat westerbroad > /dev/null
```

Gliederung

- 2. Mathematik
 - 2.1. Zahlentheorie
 - 2.2. Geometrie
 - 2.3. Mengenlehre
 - 2.4. Analysis

Das sollten wir nicht lernen!



Quelle: <https://tstoadicts.files.wordpress.com/2014/03/frink-pi.jpg>

Kreiszahl π

- Wer wird Millionär?
 - π th Avenue
- Marge wird verhaftet
 - Apu kennt die ersten 40.000 Nachkommastellen von π
 - Die 40.000ste Nachkommastelle lautet 1
- Ein bekanntes Möbelhaus: π KEA

Zahlen

- Im Reich der Parasiten
 - Aus der Route 66 wurde die Historic $\sqrt{66}$
- Homer auf Abwegen

$$10^{100} = \text{Googol}$$
$$10^{\text{Googol}} = 10^{10^{100}} = \text{Googolplex}$$

- Dieses unheimliche Hupen
 - Bender sieht im Spiegel die mit Blut geschriebene Binärzahl 0101100101
 - Gespiegelt: $1010011010_2 = 666_{10}$

Exkurs: Belphegors Primzahl

Definition:

Folgende Zahl, wird als Belphegors Primzahl bezeichnet:

1 000000000000000 666 000000000000000 1
13 Ziffern 13 Ziffern

Zahlen

Futurama

- Seriennummer von Bender Bending Rodriguez, Sr. (auch bekannt als Bending Unit 22):

2.716.057

- Seriennummer von Flexo:

3.370.318

- Bender and Flexo share their serial numbers:

<https://youtu.be/WUH0-Z19JQs>

Natürliche Zahlen als Summe von Kubikzahlen

Definition:

Natürliche Zahl n , die sich als Summe zweier Kubikzahlen darstellen lässt.

Beispiele:

$$3.370.318 = 119^3 + 119^3$$

$$2.716.057 = 952^3 + (-951)^3$$

Zahlen

Homerun für die Liebe

- Besucher sollen Anzahl der Stadionbesucher schätzen
- Zur Auswahl stehen folgende drei Zahlen
 - 8128
 - 8208
 - 8191

Vollkommene Zahlen

Definition:

Die Summe ihrer Teiler ist die Zahl selbst.

Erste vier vollkommene Zahlen:

$$6 = 1 + 2 + 3$$

$$28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$$

$$496 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248$$

$$8128 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 127 + 254 + 508 + 1016 \\ + 2032 + 4064$$

Narzisstische Zahl

Definition:

Summe ihrer Ziffern, jeweils potenziert mit der Stellenanzahl der Zahl, ergibt wieder die Zahl selbst.

Beispiel:

$$8^4 + 2^4 + 0^4 + 8^4 = 8208$$

Mersenne-Primzahl

Definition:

Zahl der Form $2^p - 1$ mit p ist Primzahl.

Beispiel:

$$2^{13} - 1 = 8191$$

Der Da-Blödi-Code

Vermeintliche Mersenne-Primzahl:

2047 ist die kleinste Zahl des Typs $2^p - 1$, die keine Primzahl ist.

$$\text{II}^{\text{XI}} - (\text{XXIII} \cdot \text{LXXXIX}) = 2^{11} - (23 \cdot 89)$$

$$2^{11} - (23 \cdot 89) = 1$$

$$2^{11} - 1 = 2047$$

Kleiner Satz des Fermat

Simpsorama

- Auf Innenseite des Deckels in Benders Kopf steht:

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$$

- Allgemein gültige Kongruenz lautet:

$$a^p \equiv a \pmod{p}$$

Kongruenz

Definition:

Zwei Zahlen a und b heißen kongruent modulo m , wenn m die Differenz $a - b$ teilt

$$a \equiv b \pmod{m}$$

$$a \equiv b \pmod{m\mathbb{Z}}$$

$$a \equiv b \pmod{m}$$

$$\Leftrightarrow m \mid (a - b)$$

$$\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} : a = km + b$$

Kongruenz

Beispiele:

$$7 \equiv 3 \pmod{4}$$

$$\Leftrightarrow 4 \mid (7 - 3)$$

$$27 \equiv 11 \pmod{4}$$

$$\Leftrightarrow 4 \mid (27 - 11)$$

$$2^{3-1} \equiv 1 \pmod{3}$$

$$\Leftrightarrow 3 \mid (2^{3-1} - 1)$$

Hardy-Ramanujan-Zahl

Xmas Story

- Bender erhält zu Weihnachten Karte von Mom
- Der Text auf der Karte lautet: *MERRY XMAS SON #1729*
- Registernummer der Nimbus, des Raumschiffs von 25-Sterne General Zapp Brannigan ist 1729

Hardy-Ramanujan-Zahl

Definition:

Kleinste natürliche Zahl, für die es genau zwei Darstellungen als
Summe zweier positiver Kubikzahlen gibt:

$$9^3 + 10^3 = 1729$$

$$1^3 + 12^3 = 1729$$

Sphenische Zahl

Definition:

Produkt von genau drei verschiedenen Primzahlen

Beispiel:

$$1729 = 7 \cdot 13 \cdot 19$$

Harshad-Zahl

Definition:

- Auch als Niven-Zahl bekannt
- Zahl ist durch ihre Quersumme ganzzahlig teilbar

Beispiel:

$$(1 + 7 + 2 + 9) \cdot 91 = 1729$$

Carmichael-Zahl

Definition:

Eine zusammengesetzte natürliche Zahl n heißt Carmichael-Zahl, falls für alle zu n teilerfremden Zahlen a die folgende Kongruenz erfüllt ist:

$$a^{n-1} \equiv 1 \pmod{n}$$

Beispiel:

$$a^{1728} \equiv 1 \pmod{1729}$$

Eulersche Pseudoprimzahl

Definition:

Eine ungerade zusammengesetzte natürliche Zahl n heißt eulersche Pseudoprimzahl zur Basis a , wenn

$$a^{\frac{n-1}{2}} \equiv \pm 1 \pmod{n}$$

gilt.

Absolute eulersche Pseudoprimzahlen

Definition:

- Zahlen n , die zu allen teilerfremden Basen a eine eulersche Pseudoprimzahl darstellen, nennt man absolute eulersche Pseudoprimzahlen.
- Kleinste absolute eulersche Pseudoprimzahl: 1729

Eulersche Zahl

Definition:

- Eulersche Zahl $e = 2,71828\dots$
- Irrational und transzendente reelle Zahl
- Basis des natürlichen Logarithmus und der natürlichen Exponentialfunktion
- An 1729. Nachkommastelle treten erstmals die Ziffern 0 bis 9 hintereinander auf

$$e = 2,71828\dots58897 \underbrace{0719425863}_{\text{0 bis 9}} 987727\dots$$

Transzendente Zahl

Definition:

- Reelle Zahl ist transzendent, wenn sie nicht Nullstelle eines (vom Nullpolynom verschiedenen) Polynoms mit ganzzahligen Koeffizienten ist.
- Jede transzendente Zahl ist überdies irrational.

Bender's Big Score

Taxicab-Zahl

Fry ruft Taxi mit der Nummer 87.539.319



Quelle: <https://1.f.ix.de/scale/geometry/696x500/q75/imgs/71/2/0/3/8/7/9/9/taxi-9af2d4242b8b6510.jpg>

Taxicab-Zahl

Definition:

Kleinste natürliche Zahl n , die sich auf n verschiedene Arten als Summe zweier Kubikzahlen darstellen lässt:

$$\begin{aligned}Ta(1) &= 2 &&= 1^3 + 1^3 \\Ta(2) &= 1729 &&= 1^3 + 12^3 \\ & &&= 9^3 + 10^3 \\Ta(3) &= 87.539.319 &&= 167^3 + 436^3 \\ & &&= 228^3 + 423^3 \\ & &&= 255^3 + 414^3\end{aligned}$$

Großer Satz des Fermat

Im Schatten des Genies

- Homer schrieb vermeintliches Gegenbeispiel an die Tafel:

$$3987^{12} + 4365^{12} = 4472^{12}$$

- In der Episode *Die Panik-Amok-Horror-Show* erscheint folgende Gleichung:

$$1782^{12} + 1841^{12} = 1922^{12}$$

Großer Satz des Fermat

Definition:

Sei $n > 2$ eine natürliche Zahl, dann gibt es keine von Null verschiedenen natürlichen Zahlen x , y und z mit

$$x^n + y^n = z^n$$

Eulersche Formel

The Lisa Series

- Lisa liest ein Buch mit folgendem Titel:

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Eulersche Formel

Definition:

- Die eulersche Formel bezeichnet die für $y \in \mathbb{R}$ gültige Gleichung

$$e^{iy} = \cos(y) + i\sin(y)$$

- Für $y = \pi$ ergibt sich aus der eulerschen Formel die sogenannte eulersche Identität

$$e^{i\pi} = -1$$

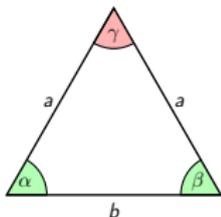
$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Verallgemeinerung des Satzes des Pythagoras

Vom Teufel besessen

- Homer behauptet:

„Die Summe der Quadratwurzeln der beiden Seiten eines gleichschenkligen Dreiecks entspricht der Quadratwurzel der verbliebenen Seite.“



$$\sqrt{a} + \sqrt{a} = \sqrt{b} \quad (1)$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a} \quad (2)$$

Aleph-Funktion

Definition:

- Aufzählung aller unendlichen Kardinalzahlen
- Rekursive Definition:

\aleph_0 = kleinste unendliche Kardinalzahl

$\aleph_{\alpha+1}$ = kleinste Kardinalzahl, die größer als \aleph_α ist

$\aleph_\alpha = \sup \{\aleph_\beta; \beta \leq \alpha\}$ für Limes-Ordinalzahlen α

Aleph-Funktion

Beispiele:

- $\aleph_0: \mathbb{N}$
- $\aleph_0: \mathbb{Q}$ (obwohl $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$)
- $\aleph_1: \mathbb{R}$

Mächtigkeit

- Kardinalzahlen sind in der Mathematik eine Verallgemeinerung der natürlichen Zahlen zur Beschreibung der Mächtigkeit, auch Kardinalität, von Mengen.
- Zwei Mengen X und Y heißen gleichmächtig, wenn es eine Bijektion von X nach Y gibt; man schreibt dann $|X| = |Y|$
- Die Gleichmächtigkeit von Mengen ist eine Äquivalenzrelation auf der Klasse aller Mengen.

Aleph-Funktion

Wie ein wilder Bender

- Name eines Kinos in NNY: Loew's \aleph_0 -Plex
- Filme im Kino, u.a.
 - Galaxy Wars
 - It Came from Planet Earth
 - Planet of the Clams

Möbiusband

Flatbush City Limits

- Gegenstück zur Simpsons-Folge Homer³
- Professor Farnsworth verwandelt sich in einen Tempo-Freak
- Farnsworth frisiert sein Raumschiff und rast auf einer Möbius-Rennstrecke herum

Möbiusband

Definition:

- Möbiusband ist Fläche, die nur eine Kante und eine Seite hat
- Möbiusband ist nicht orientierbar, d.h. es kann nicht zwischen unten und oben oder zwischen innen und außen unterschieden werden

$$x(r, \alpha) = \cos(\alpha) \cdot \left[1 + \frac{r}{2} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right]$$

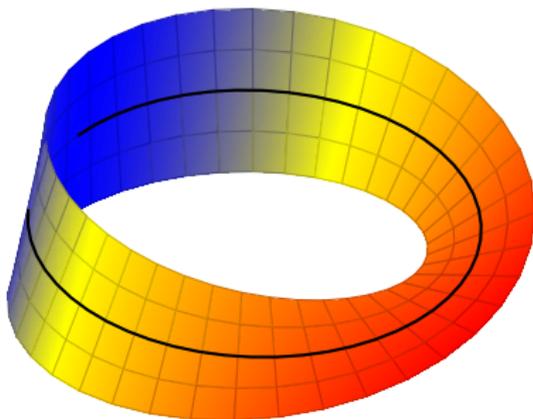
$$y(r, \alpha) = \sin(\alpha) \cdot \left[1 + \frac{r}{2} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right]$$

$$z(r, \alpha) = \frac{r}{2} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

mit $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ und $-1 \leq r \leq 1$

Möbiusband

Grafische Darstellung



Gliederung

- 3. Kryptografie
 - 3.1. Monoalphabetische Substitution
 - 3.2. Autokey-Chiffre

Tödliche Inspektion

- Zettel mit folgender Aufschrift ist zu sehen:

⊙ † † ✕ † ⊖ ∩ ⊕ † † † † †
⊠ † † † ∩ ✕ ⊕ † ⊙ ∑ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ † † ✕
⊕ ⊙ † † † ⊙ ∩ † ✕ † † ⊕ † † † †
† † † † † ∩ ∩ † ⊕ † † † † † † † † † † † † †

Monoalphabetische Substitution

- Verschlüsselungsverfahren, bei dem nur ein einziges (festes) Schlüsselalphabet zur Verschlüsselung verwendet wird
- Beispiele:
 - Caesar-Verschlüsselung
 - Playfair-Verfahren

Auflösung des Chiffres

☺ ✦ ✦ ✕ ✦ Ⓞ ʌ Ⓜ ↓ ↗ ↓ ✕ ✕
Ⓜ ✦ ♀ ʌ ✕ Ⓞ ↗ ☺ ☹ ☹ Ⓜ Ⓞ ♀ ✕
☹ ☺ ↗ ↓ ☺ ʌ ✦ ✕ ✕ ☹ Ⓜ ↓ ☺ ✕
↗ ✦ ♀ ↓ ☹ ʌ Ⓞ ♀ ✕ Ⓞ ♀ ♀ ♀ ↓ Ⓜ

Need extra cash
Melt down your old
unwanted humans
We pay top dollar

Futurama-Autokey-Chiffre

Definition:

- Buchstaben werden Zahlen zugewiesen
- Jeder Buchstabe wird durch Gesamtsumme aller Buchstaben in allen Wörtern ersetzt
- Position des Chiffrewertes ergibt sich als Zahlenwert modulo Alphabetlänge

Futurama-Autokey-Chiffre

A=0 B=1 C=2 D=3 E=4 F=5 G=6 H=7 I=8
 ↘ } ∟ ⊥ ⊞ ∼ }]
 J=9 K=10 L=11 M=12 N=13 O=14 P=15 Q=16 R=17
 ✕ || ∙ ▽ ∪ √ ∥ ∠ †
 S=18 T=19 U=20 V=21 W=22 X=23 Y=24 Z=25
 / □ / ↑) » ▽ ←

Buchstabe	B	E	N	D	E	R	O	K
Zahl	1	4	13	3	4	17	14	10
Summe	1	5	18	21	25	42	56	66
mod 26	1	5	18	21	25	16	4	14

} √ / T ← ∠ ⊞ ∪

Autokey-Chiffre

Definition:

- Basiert auf Vigenère-Chiffre
- Ist Schlüsselwort kürzer als Klartext, wird Klartext an Schlüsselwort angehängt
- Stand der Technik im 16. Jahrhundert

Gliederung

4. IT

4.1. Hardware

4.2. Programmiersprachen

4.3. Komplexitätstheorie

4.4. Internet

4.5. IT-Sicherheit

Computer

Volksabstimmung in Springfield

- Apu hat bei Prof. Dr. Frink am SHIT¹ Computerwissenschaften studiert
- Prof. Dr. Frink behauptet:
 - In weniger als 100 Jahren sind Computer doppelt so leistungsfähig
 - 1000-mal größer
 - So teuer, dass nur die fünf reichsten Könige Europas diese sich leisten können

¹Springfield Heights Institute of Technology

Computer

Moore'sches Gesetz

- Geht auf Gordon Moore, einen Mitbegründer von Intel zurück
- Die Zahl der Transistoren von integrierten Schaltungen (IC) verdoppelt sich jährlich
- Heute geht man davon aus, dass der Zeitraum der Verdoppelung mit 18 Monaten hinreichend genau erfasst ist

Fortran

Der Mann, der als Dinner kam

- Simpsons werden auf den Planeten Riegel 7 entführt
- Bewohner des Planeten behaupten, Fortran sei die beste Programmiersprache
- Fortran gilt als die erste jemals tatsächlich realisierte höhere Programmiersprache
- Fortran geht auf Vorschlag aus 1953 von John Backus zurück

Fortran



Quelle: <http://www.conquermaths.com/news/images/futfortran.jpg>

BASIC

Wohnungssuche in Neu-New York

- Fry beschließt, bei Bender einzuziehen
- In Benders Wohnung hängt Stickbild mit folgendem Text:

```
10 HOME  
20 SWEET  
30 GOTO 10
```

Komplexitätstheorie

Homer³

Es wird behauptet, dass Folgendes gilt:

$$P = NP$$

P-NP-Problem

- In welcher Beziehung stehen Komplexitätsklassen P und NP zueinander
 - P : polynomial
 - NP : nichtdeterministisch polynomial
- Eines der wichtigsten ungelösten Probleme der Informatik
- Vom [Clay Mathematics Institute](#) in die Liste der Millennium-Probleme aufgenommen

Der blöde Uno-Club

Start-Up

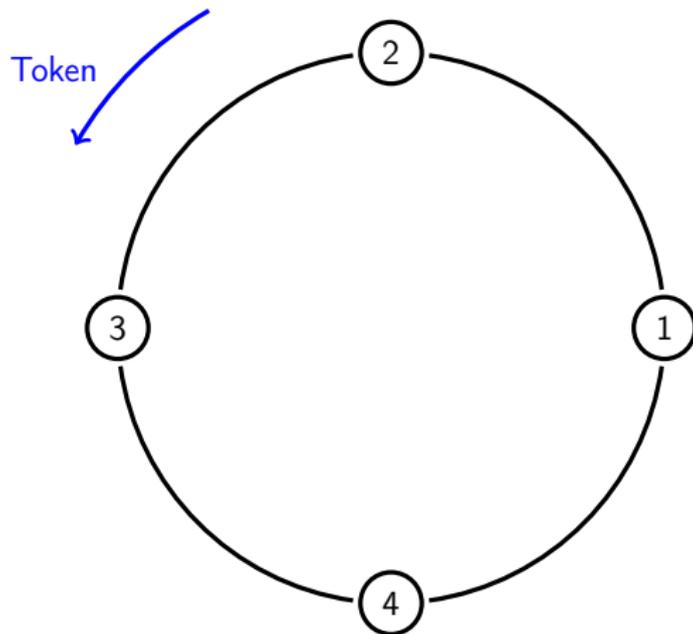
- Homer gründet die Firma Compu-Global-Hyper-Mega-Net
- Hauptsitz ist das Esszimmer in der 742 Evergreen Terrace
- Einziger Kunde ist der Comic-Buchverkäufer
 - Will seine 28,8 Kilobaud Leitung zu einer 1,5 MBit-Fiber-Optic-T1-Leitung upgraden
 - Benötigt einen IP-Router, der mit seiner Token-Ring-Ethernet-LAN-Konfiguration kompatibel ist
- Bill Gates will anscheinend die Firma übernehmen
- Siehe <https://www.youtube.com/watch?v=KSKBRWoGvL0>

Token Passing

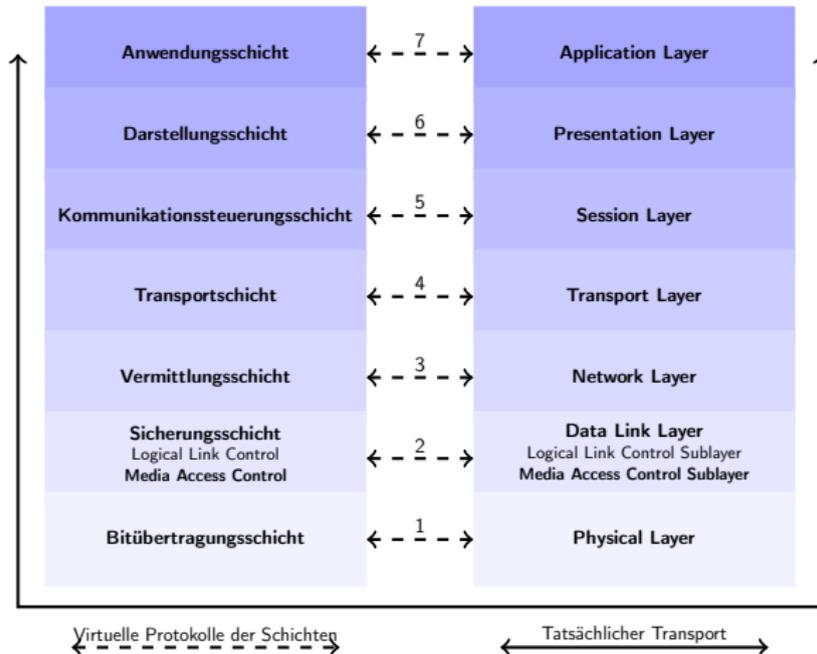
Definition:

- Auf Deutsch auch als Token-Weitergabe bezeichnet
- Grundprinzip ist die kollisionsfreie Übertragung der Datenpakete zwischen den einzelnen Stationen
- Verwendet logisch die Ringtopologie
- Es existieren zwei unterschiedliche Realisierungsformen des Token Passing:
 - Token Ring (IEEE 802.5) und
 - Token Bus (IEEE 802.4)

Token Ring



ISO/OSI-Basisreferenzmodell



Zitate Homer

“Internet! Is that thing still around?”

“The internet wasn’t created for mockery, it was supposed to help researchers at different universities share data sets. It was!”

“Kids are great. You can teach them to hate what you hate and, with the Internet and all, they practically raise themselves.”

IT-Sicherheit

Benders Big Score

- Dr. Zoidberg wird Opfer eines Vorschussbetrugs (Nigerian Scam)
- Prof. Farnworth hat in der spanischen Lotterie gewonnen, obwohl er kein Los gekauft hat
- Bender glaubt einer Werbung, dass er durch Schauen von Erwachsenenfilmen reich werden kann
- Generelle Leichtgläubigkeit im Umgang mit persönlichen Daten (z.B. Kreditkartennummer)

IT-Sicherheit

Ein Herz und eine Krone

- Moe wird Opfer des Nigerian Scam
- Als sich echte nigerianische Prinzessin in sein Lokal verirrt, will er von ihr das Geld zurück

Gliederung

- 5. Quantenphysik
 - 5.1. Heisenberg
 - 5.2. Schrödinger

Heisenbergsche Unschärferelation

Das Glück des Phillip J. Fry

- Beim Pferderennen beschwert sich Professor Farnsworth über das Ergebnis eines Quantumzieleinlaufs
- Ergebnis sei durch Messung verfälscht worden

Heisenbergsche Unschärferelation

Definition:

- Komplementäre Eigenschaften eines Teilchens sind nicht gleichzeitig beliebig genau bestimmbar
- Beispiel: Ort und Impuls

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{2\pi}$$

Quantenphysik

Law and Oracle

- Erwin Schrödinger wird von der Polizei aufgehalten, weil er mit fünf Meilen pro Stunde schneller als Lichtgeschwindigkeit unterwegs war
- Nachdem ihn die Polizei aufgehalten hat, will er nicht sagen, was sich in der Kiste auf dem Beifahrersitz befindet
- Fry öffnet die Kiste und eine Katze springt ihn an

Schrödingers Katze

- Gedankenexperiment zur Überlagerung von Zuständen in der Quantenmechanik
- Superposition der Zustände

Schrödingergleichung

Definition:

Schrödingergleichung in ihrer allgemeinsten Form lautet:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V\Psi$$

Gliederung

6. Literaturverzeichnis

Literaturverzeichnis

-  Markus Flingelli: *Hier sind die Simpsons*, 9. überarbeitete Ausgabe, April 2016
-  Tom Georgoulas, Sarah J. Greenwald und Marc Wichterich: *Futurama πk – Mathematics in the year 3000*, Math Horizons, Volume 11, Number 4, April 2004, pp. 12-15
-  Sarah J. Greenwald: *Klein's Beer: Futurama Comedy and Writers in the Classroom*, 2007
-  Simon Singh: *Homers letzter Satz*, Carl Hanser Verlag, München, 2013

Fragen?



Quelle: <https://vividkaret.files.wordpress.com/2014/10/homer.png>